| | |
|---|---|
| **Nr ćwiczenia:** | **7** |
| **Tytuł ćwiczenia:** | ***Wyznaczanie charakterystyk geometrycznych figury płaskiej o n-elementach. Ceownik.*** |
| **Nazwa przedmiotu:** | Podstawy Metod Obliczeniowych |
| **Kierunek studiów:** | Robotyzacja Procesów Wytwórczych – I stopień |

## 1. Cel ćwiczenia:

- zdobycie umiejętności realizacji podstawowych obliczeń inżynierskich,
- praktyczne wykorzystanie poznanych elementów środowiska Matlab.

## 2. Urządzenia i oprogramowanie niezbędne do realizacji ćwiczenia:

- stanowisko komputerowe z oprogramowaniem Matlab i dostępem do Internetu.

## 3. Przebieg ćwiczenia:

1. Wprowadzenie do tematyki ćwiczenia.
2. Samodzielne rozwiązywanie zadań.
3. Sprawdzenie poprawności rozwiązania zadań.

## 4. Literatura:

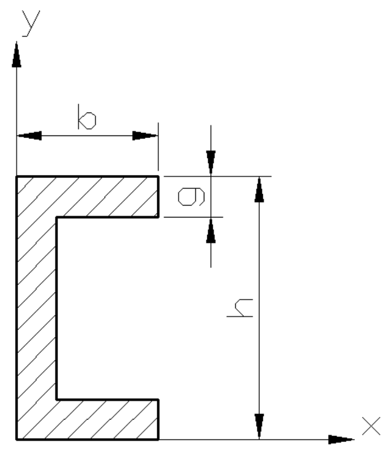
1. Pratap R.: *Matlab 7 dla naukowców i inżynierów*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2006.
2. Kamińska A., Pińczyk B.: *Ćwiczenia z Matlab. Przykłady i zadania*. Wyd. MIKOM, Warszawa 2002.
3. Iwulski Z.: *Wyznaczanie sił tnących i momentów zginających w belkach – zadania z rozwiązaniami*. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2001.
4. Niezgodziński M. E., Niezgodziński T.: *Zadania z Wytrzymałości materiałów.* Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
5. Biały W.: *Mechanika z przykładami – Statyka, Płaska Geometria Mas*. Wydawnictwo WNT, Warszawa 2014.
6. Siuta W.: *Mechanika techniczna*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985.
7. Leyko J., Szmelter J.: *Zbiór zadań z mechaniki ogólnej. Tom I. Statyka.* Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974.

## 1. Wstęp teoretyczny

Dla każdej z figur płaskich można wyznaczyć szereg parametrów charakteryzujących ją pod względem wytrzymałościowym. Do istotnych wielkości geometrycznych zalicza się: pole powierzchni $\boldsymbol{S}$, współrzędne środka ciężkości $\boldsymbol{x_c}$ i $\boldsymbol{y_c}$, osiowe momenty bezwładności $\boldsymbol{I_x}$ i $\boldsymbol{I_y}$, biegunowy moment bezwładności $\boldsymbol{I_0}$, a także wskaźniki wytrzymałości przekroju na zginanie $\boldsymbol{W_x}$ i $\boldsymbol{W_y}$. Znajomość tych parametrów wymagana jest w trakcie projektowania oraz prowadzenia obliczeń inżynierskich.

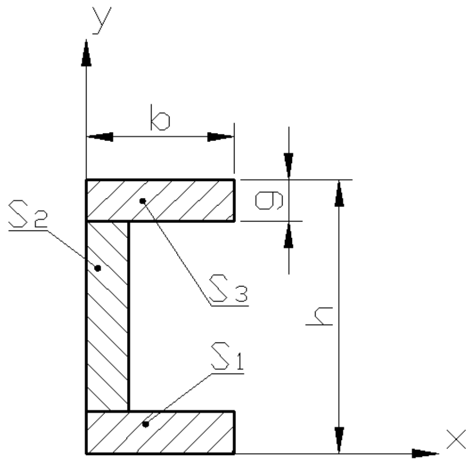
## 2. Analityczne rozwiązanie problemu

W celu zrozumienia zagadnienia wyznaczania charakterystyk geometrycznych figur płaskich, przeanalizujmy przypadek wyznaczania tych parametrów dla figury o kształcie ceownika. Dla ceownika o wysokości $h$, szerokości $b$ i grubości $g$ (rysunek 1) należy wyznaczyć pole powierzchni przekroju poprzecznego $S$, współrzędne środka ciężkości $x_c$ i $y_c$, osiowe momenty bezwładności $I_x$ i $I_y$, biegunowy moment bezwładności $I_0$, a także wskaźniki wytrzymałości przekroju na zginanie $W_x$ i $W_y$.




**Rys. 1.** Przekrój poprzeczny rozpatrywanego ceownika.

W celu wyznaczenia szukanych parametrów, przekrój ceownika przedstawia się jako figurę złożoną z 3 prostokątów o polach powierzchni $S_1$, $S_2$ i $S_3$ (rysunek 2). Podział ten znacznie upraszcza wyznaczanie poszczególnych parametrów ceownika.




**Rys. 2.** Przekrój ceownika przedstawiony jako figura złożona.

Analizując rysunek 2 stwierdza się, że pole przekroju *S* danego profilu, będzie sumą pól poszczególnych figur składowych:

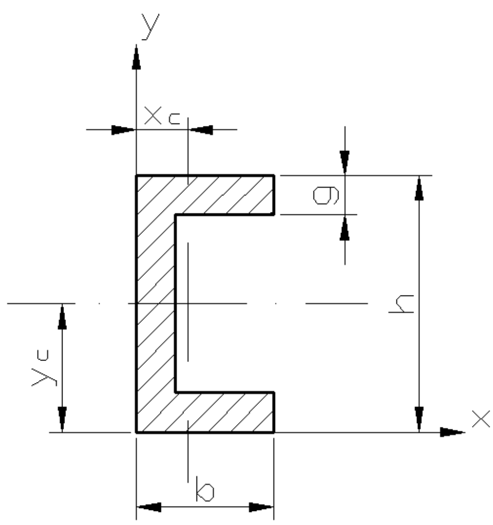
$$S = S_1 + S_2 + S_3 ,$$

natomiast:

$$S_1 = S_3 = b \cdot g ,$$
$$S_2 = (h - 2g) \cdot g ,$$

gdzie: $S$ – pole powierzchni przekroju poprzecznego ceownika, [cm$^2$],
$S_1$, $S_2$, $S_3$ – pola powierzchni poszczególnych figur składowych, [cm$^2$],
$b$ – szerokość ceownika, [cm],
$g$ – grubość ceownika, [cm],
$h$ – wysokość ceownika, [cm].

Definiując środek ciężkości danego ceownika, a więc punkt w którym zaczepiona jest siła przedstawiająca ciężar ceownika, wyznacza się jego współrzędne $x_c$ i $y_c$ (rys. 3).




**Rys. 3.** Współrzędne środka ciężkości rozpatrywanego ceownika.

Ponieważ rozpatrywany profil ma jedną oś symetrii, dlatego też środek ciężkości będzie leżał na tej osi. Zatem:

$$y_c = \frac{1}{2}h,$$

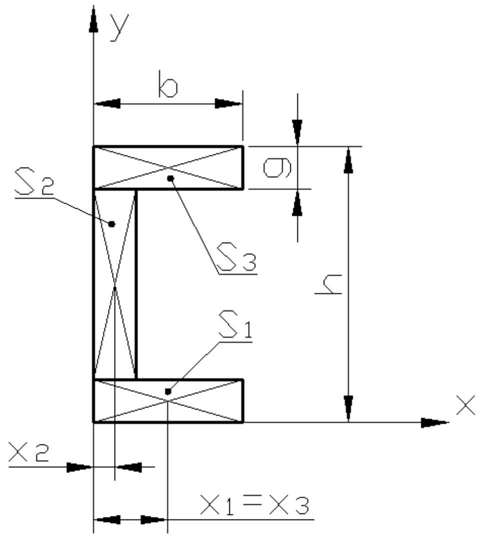
gdzie: $y_c$ – współrzędna $y$ środka ciężkości, [cm],
$h$ – wysokość ceownika, [cm].

Natomiast współrzędną $x_c$, czyli odległość środka ciężkości od lewej krawędzi przekroju określa zależność:

$$x_c = \frac{S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + S_3 \cdot x_3}{S_1 + S_2 + S_3},$$

gdzie: $x_c$ – współrzędna $x$ środka ciężkości, [cm],
$S_1$, $S_2$, $S_3$ – pola powierzchni poszczególnych figur składowych, [cm$^2$],
$x_1$, $x_2$, $x_3$ – współrzędne środków figur tworzących przekrój ceownika, [cm].

Pola powierzchni $S_1$, $S_2$ i $S_3$, zostały zdefiniowane uprzednio, natomiast współrzędne $x_1$, $x_2$ i $x_3$, można określić na podstawie rysunku 4.




**Rys. 4.** Współrzędne środków figur tworzących ceownik.

Zatem:

$$x_1 = x_3 = \frac{1}{2}b,$$

$$x_2 = \frac{1}{2}g,$$

gdzie: $x_1$, $x_2$, $x_3$ – współrzędne środków figur tworzących przekrój ceownika, [cm],
$b$ – szerokość ceownika, [cm],
$g$ – grubość ceownika, [cm].

Moment bezwładności $I_x$ rozpatrywanego ceownika, określa się jako sumę momentów bezwładności figur tworzących profil ceownika. Tak więc:

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3},$$

gdzie: $I_x$ – moment bezwładności ceownika względem osi $x$, [cm$^4$],
$I_{x1}$, $I_{x2}$, $I_{x3}$ – momenty bezwładności poszczególnych figur składowych względem osi $x$, [cm$^4$].

Wyznaczając momenty bezwładności $I_{x1}$ i $I_{x3}$, korzysta się z twierdzenia Steinera, ponieważ oś $x$ nie przechodzi przez środki ciężkości tych figur. Twierdzenie to mówi, iż *„moment bezwładności figury płaskiej względem osi równoległej do osi środkowej jest równy momentowi bezwładności tej figury względem jej osi środkowej zwiększonemu o iloczyn pola figury przez kwadrat odległości pomiędzy osiami*". Nie ma potrzeby stosowania tegoż twierdzenia do wyznaczenia momentu $I_{x2}$, gdyż oś $x$ przechodzi przez środek ciężkości figury o polu $S_2$. Zatem:

$$I_{x1} = I_{x3} = \frac{b \cdot g^3}{12} + S_1 \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{g}{2}\right)^2,$$

$$I_{x2} = \frac{g \cdot (h - 2g)^3}{12},$$

gdzie: $I_{x1}$ – moment bezwładności figury o polu $S_1$ względem osi $x$, [cm$^4$],
$I_{x3}$ – moment bezwładności figury o polu $S_3$ względem osi $x$, [cm$^4$],
$I_{x2}$ – moment bezwładności figury o polu $S_2$ względem osi $x$, [cm$^4$],
$S_1$ – pole powierzchni figur składowej nr 1, [cm$^2$],
$b$ – szerokość ceownika, [cm],
$g$ – grubość ceownika, [cm],
$h$ – wysokość ceownika, [cm].

Analogicznie wyznacza się moment bezwładności $I_y$:

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3},$$

gdzie: $I_y$ – moment bezwładności ceownika względem osi $y$, [cm$^4$],
$I_{y1}$, $I_{y2}$, $I_{y3}$ – momenty bezwładności poszczególnych figur składowych względem osi $y$, [cm$^4$].

Poszczególne momenty bezwładności będą wynosić:

$$I_{y1} = I_{y3} = \frac{g \cdot b^3}{12} + S_1 \cdot \left(\frac{b}{2} - x_c\right)^2,$$

$$I_{y2} = \frac{(h - 2g) \cdot g^3}{12} + S_2 \cdot \left(x_c - \frac{g}{2}\right)^2,$$

gdzie: $I_{y1}$ – moment bezwładności figury o polu $S_1$ względem osi $y$, [cm$^4$],
$I_{y2}$ – moment bezwładności figury o polu $S_2$ względem osi $y$, [cm$^4$],
$I_{y3}$ – moment bezwładności figury o polu $S_3$ względem osi $y$, [cm$^4$],
$S_1$ – pole powierzchni figur składowej nr 1, [cm$^2$],

$S_2$ – pole powierzchni figur składowej nr 2, [cm$^2$],
$x_c$ – współrzędna $x$ środka ciężkości, [cm],
$b$ – szerokość ceownika, [cm],
$g$ – grubość ceownika, [cm],
$h$ – wysokość ceownika, [cm].

Biegunowy moment bezwładności $I_0$ będzie natomiast wynosił:

$$I_0 = I_x + I_y,$$

gdzie: $I_0$ – biegunowy moment bezwładności ceownika, [cm$^4$],
$I_x$ – moment bezwładności ceownika względem osi $x$, [cm$^4$],
$I_y$ – moment bezwładności ceownika względem osi $y$, [cm$^4$].

Znając momenty bezwładności, określa się wartości wskaźników wytrzymałości przekroju na zginanie $W_x$ i $W_y$:

$$W_x = \frac{I_x}{e_x},$$
$$W_y = \frac{I_y}{e_y},$$

gdzie: $W_x$ – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie względem osi $x$, [cm$^3$],
$W_y$ – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie względem osi $y$, [cm$^3$],
$I_x$ – moment bezwładności ceownika względem osi $x$, [cm$^4$],
$I_y$ – moment bezwładności ceownika względem osi $y$, [cm$^4$],
$e_x$ – odległość włókien skrajnych od osi $x$, [cm],
$e_y$ – odległość włókien skrajnych od osi $y$, [cm].

Odległość włókien skrajnych $e_x$ oraz $e_y$ ujmują zależności:

$$e_x = \frac{1}{2}h,$$
$$e_y = b - x_c,$$

gdzie: $e_x$ – odległość włókien skrajnych od osi $x$, [cm],
$e_y$ – odległość włókien skrajnych od osi $y$, [cm].
$h$ – wysokość ceownika, [cm],
$b$ – szerokość ceownika, [cm],
$x_c$ – współrzędna $x$ środka ciężkości, [cm].

### 3. Przykład zadania wraz z implementacją w programie MATLAB

Wyznaczanie powyższych parametrów dla ceownika o wysokości *h* = 100 mm, szerokości *b* = 50 mm i grubości *g* = 6 mm przedstawia się następująco:

Pole przekroju ceownika:

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$
$$S_1 = S_3 = b \cdot g = 5 \cdot 0{,}6 = 3 \text{ cm}^2$$
$$S_2 = (h - 2g) \cdot g = (10 - 2 \cdot 0{,}6) \cdot 0{,}6 = 5{,}28 \text{ cm}^2$$
$$S = 3 + 5{,}28 + 3 = 11{,}28 \text{ cm}^2$$

Współrzędne środka ciężkości:

$$x_c = \frac{S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + S_3 \cdot x_3}{S_1 + S_2 + S_3}$$
$$S_1 = S_3 = 3 \text{ cm}^2$$
$$S_2 = 5{,}28 \text{ cm}^2$$
$$x_1 = x_3 = \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2{,}5 \text{ cm}$$
$$x_2 = \frac{1}{2} g = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 = 0{,}3 \text{ cm}$$
$$x_c = \frac{3 \cdot 2{,}5 + 5{,}28 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 2{,}5}{3 + 5{,}28 + 3} = 1{,}47 \text{ cm}$$
$$y_c = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

Moment bezwładności względem osi *x*:

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$$
$$I_{x1} = I_{x3} = \frac{b \cdot g^3}{12} + S_1 \cdot (\frac{h}{2} - \frac{g}{2})^2 = \frac{5 \cdot 0{,}6^3}{12} + 3 \cdot (\frac{10}{2} - \frac{0{,}6}{2})^2 = 0{,}09 + 66{,}27 = 66{,}36 \text{ cm}^4$$
$$I_{x2} = \frac{g \cdot (h - 2g)^3}{12} = \frac{0{,}6 \cdot (10 - 2 \cdot 0{,}6)^3}{12} = 34{,}07 \text{ cm}^4$$
$$I_x = 66{,}36 + 0{,}24 + 66{,}36 = 166{,}79 \text{ cm}^4$$

Moment bezwładności względem osi *y*:

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3}$$
$$I_{y1} = I_{y3} = \frac{g \cdot b^3}{12} + S_1 \cdot (\frac{b}{2} - x_c)^2 = \frac{0{,}6 \cdot 5^3}{12} + 3 \cdot (\frac{5}{2} - 1{,}47)^2 = 6{,}25 + 3{,}18 = 9{,}43 \text{ cm}^4$$
$$I_{y2} = \frac{(h - 2g) \cdot g^3}{12} + S_2 \cdot (x_c - \frac{g}{2})^2 = \frac{(10 - 2 \cdot 0{,}6) \cdot 0{,}6^3}{12} + 5{,}28 \cdot (1{,}47 - \frac{0{,}6}{2})^2 =$$
$$= 0{,}16 + 7{,}23 = 7{,}39 \text{ cm}^4$$
$$I_y = 9{,}43 + 7{,}39 + 9{,}43 = 26{,}25 \text{ cm}^4$$

Biegunowy moment bezwładności:

$$I_0 = I_x + I_y = 132{,}96 + 26{,}25 = 193{,}05 \text{ cm}^4$$

Wskaźniki wytrzymałości:

$$W_x = \frac{I_x}{e_x}$$

$$e_x = \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}\cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

$$W_x = \frac{166{,}79}{5} = 33{,}36 \text{ cm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{e_y}$$

$$e_y = b - x_c = 5 - 1{,}47 = 3{,}53 \text{ cm}$$

$$W_y = \frac{26{,}25}{3{,}53} = 7{,}44 \text{ cm}^3$$

Znając metodykę wyznaczania parametrów geometrycznych wybranej figury płaskiej można opracować program napisany w języku MATLAB, który będzie umożliwiał wyznaczenie przekroju poprzecznego *S*, współrzędnych środka ciężkości $x_c$ i $y_c$, osiowych momentów bezwładności $I_x$ i $I_y$, biegunowego moment bezwładności $I_0$, a także wskaźników wytrzymałości przekroju na zginanie $W_x$ i $W_y$. Ponadto będzie wykreślał przekrój poprzeczny analizowanej figury wraz z wykreśleniem środka ciężkość (rys. 5).

W programie zastosowanie znajdą następujące polecenie języka MATLAB:

| Polecenie MATLAB | Opis działania – zastosowanie |
|---|---|
| `clear` | czyszczenie wszystkich zmiennych z pamięci – przygotowanie środowiska do pracy |
| `clc` | czyszczenie zawartości okna roboczego – przygotowanie środowiska do pracy |
| `format typ` | zdefiniowanie dokładność wyświetlania wyników |
| `disp('komunikat')` | wyświetlanie komunikatów – zapewnienie interakcji z użytkownikiem |
| `diary nazwa_pliku.txt`<br>`diary on/off` | eksport rezultatów działania programu do pliku tekstowego – zapis wyników obliczeń do pliku tekstowego |
| `input('komunikat')` | wprowadzanie wartości zmiennej po wyświetleniu komunikatu – definiowane wartości poszczególnych zmiennych |
| `figure('parametry')` | tworzenie grafiki (działa podobnie jak **`plot`**, ale generuje tylko nowe okno w celu wykonania operacji graficznych) |
| `plot('parametry')` | tworzenie wykresów dwuwymiarowych |
| `title('nazwa wykresu')` | definiowanie tytułu generowanego wykresu |
| `xlabel('opis')` | opis osi X generowanego wykresu |
| `ylabel('opis')` | opis osi Y generowanego wykresu |
| `legend('parametry')` | wyświetlanie opisu poszczególnych wykresów |
| `grid on/off` | wyświetlanie/ukrywanie siatki wykresu |
| `line(parametry)` | rysowanie na wykresie linii o zdefiniowanych parametrach |
| `pause` | zatrzymanie wykonywania programu do czasu naciśnięcia dowolnego klawisza klawiatury – zapewnienie stopniowego wykonywania obliczeń |
| `%Tekst_komentarza` | zamieszczanie komentarzy do kodu programu |

Przykładowy program napisany w języku MATLAB, umożliwiający wyznaczenie wybranych parametrów ceownika, zbudowany jest z następujących bloków kodu:

1. Przygotowanie przestrzeni roboczej, aktywacja funkcji zapisu obliczeń oraz rozpoczęcie pracy.

```
clear
clc
format short g
diary wyniki_ceownik.txt;
diary on;
disp('Program oblicza parametry ceownika o dowolnych wymiarach.');
```

2. Wprowadzanie danych przez użytkownika.

```
h=input('Wysokość ceownika h [cm]: ');
b=input('Szerokość ceownika b [cm]: ');
g=input('Grubość ceownika g [cm]: ');
```

3. Rozpoczęcie obliczeń – pola przekroju poprzecznego.

```
%Obliczenia i wyniki
disp('CEOWNIK - WYNIKI OBLICZEŃ:')

%Pole przekroju ceownika
S1=b*g;
S2=(h-2*g)*g;
S3=b*g;
S=S1+S2+S3;
fprintf('1. Pole przekroju ceownika [cm2]: %g\n',S)
pause
```

4. Wyznaczanie współrzędnych środka ciężkości.

```
%Współrzędne środka ciężkości
x1=b/2;
x2=g/2;
x3=b/2;
xc=(S1*x1+S2*x2+S3*x3)/(S1+S2+S3);
yc=h/2;
fprintf('2. Współrzędne środka ciężkości [cm]: xc = %g, yc = %g\n',xc,yc)
pause
```

5. Wyznaczanie momentów bezwładności.

```
%Moment bezwładności względem osi x
Ix1=(b*g^3)/12+S1*(h/2-g/2)^2;
Ix2=(g*(h-2*g)^3)/12;
Ix3=(b*g^3)/12+S1*(h/2-g/2)^2;
Ix=Ix1+Ix2+Ix3;
fprintf('3. Moment bezwładności względem osi x [cm4]: %g\n',Ix)
pause

%Moment bezwładności względem osi y
Iy1=(g*b^3)/12+S1*(b/2-xc)^2;
Iy2=((h-2*g)*g^3)/12+S2*(xc-g/2)^2;
Iy3=(g*b^3)/12+S1*(b/2-xc)^2;
Iy=Iy1+Iy2+Iy3;
fprintf('4. Moment bezwładności względem osi y [cm4]: %g\n',Iy)
pause
```

6. Wyznaczanie biegunowego momentu bezwładności.

```
%Biegunowy moment bezwładności
Io=Ix+Iy;
fprintf('5. Biegunowy moment bezwładności [cm4]: %g\n',Io)
pause
```

7. Wyznaczani wskaźników wytrzymałości dla każdej z osi.

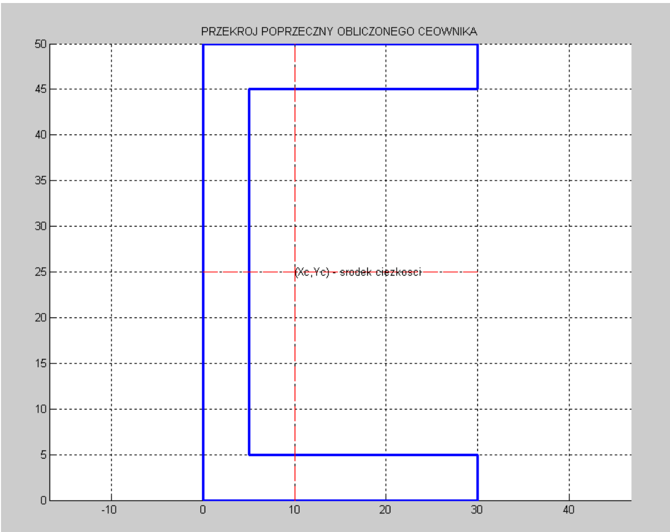
```
%Wskaźnik wytrzymałości względem osi x
ex=h/2;
Wx=Ix/ex;
fprintf('6. Wskaźnik wytrzymałości względem osi x [cm3]: %g\n',Wx)
fprintf('Odległość włókien skrajnych [cm]: %g\n',ex)
pause

%Wskaźnik wytrzymałości względem osi y
ey=b-xc;
Wy=Iy/ey;
fprintf('7. Wskaźnik wytrzymałości względem osi y [cm3]: %g\n',Wy)
fprintf('Odległość włókien skrajnych [cm]: %g\n',ey)
```

8. Wykreślanie przekroju poprzecznego ceownika oraz położenia środka ciężkości.

```
%Przekrój poprzeczny ceownika
figure('name','PRZEKROJ POPRZECZNY OBLICZONEGO CEOWNIKA','numbertitle','off')
title('PRZEKROJ POPRZECZNY OBLICZONEGO CEOWNIKA')
axis equal
grid on
x=[0 b b g g b b 0 0];
y=[0 0 g g h-g h-g h h 0];
line(x,y,'color','b','linewidth',2.5)
line([xc xc],[0 h], 'color','r','linewidth',1,'linestyle','--')
line([0 b],[yc yc], 'color','r','linewidth',1,'linestyle','--')
text(xc,yc,'(Xc,Yc) - srodek ciezkosci')
```

9. Zakończenie wykonywania obliczeń – informacja dla użytkownika.

```
diary off
disp('Zakończono obliczenia. Za chwilę wygenerowany zostanie przekrój poprzeczny
obliczonego ceownika.')
disp('Wyniki obliczeń zostały zapisane w pliku "wyniki_ceownik.txt".')
disp(' ')
```

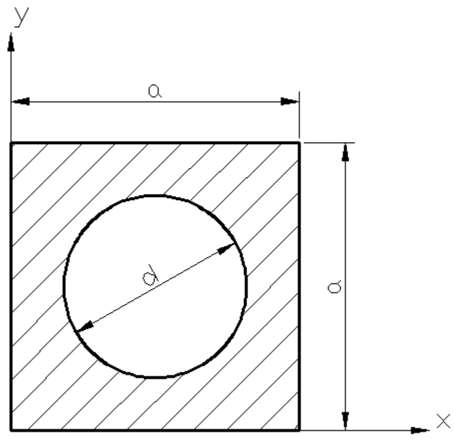



**Rys. 5.** Wygenerowany przekrój poprzeczny ceownika
wraz z oznaczeniem środka ciężkości profilu.

## Samodzielne rozwiązywanie zadań.

### *Zadanie 1*

Wykonać program wyznaczający pole powierzchni przekroju poprzecznego $S$, współrzędne środka ciężkości $x_c$ i $y_c$, osiowe momenty bezwładności $I_x$ i $I_y$, biegunowy moment bezwładności $I_0$, a także wskaźniki wytrzymałości przekroju na zginanie $W_x$ i $W_y$ figury przedstawionej na rysunku 6. Wzory pomocnicze do wykonania zadania znajdują się pod rysunkiem. Zweryfikować działanie programu dla danych: $a$ = 5 cm, $d$ = 3 cm.




**Rys. 6.** Przekrój poprzeczny rozpatrywanej figury.

Pole powierzchni figury:

$$S = a^2 - \frac{\pi d^2}{4}$$

Współrzędne środka ciężkości:

$$x_c = y_c = \frac{1}{2} a$$

Osiowe momenty bezwładności:

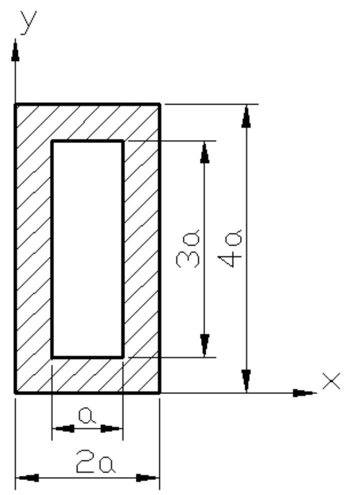
$$I_x = I_y = \frac{1}{12}\left( a^4 - \frac{3\pi}{16} d^4 \right)$$

Odległość skrajnych włókien:

$$e_x = e_y = \frac{1}{2} a$$

### *Zadanie 2*

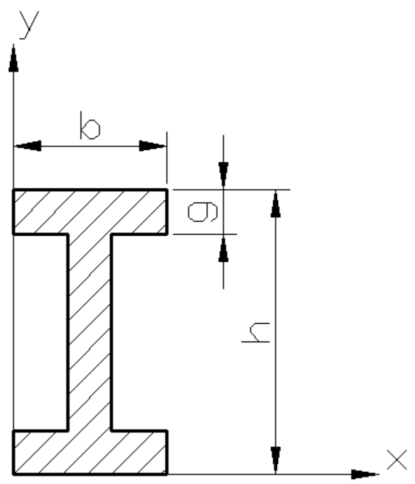
Wykonać program obliczający pole powierzchni przekroju poprzecznego $S$ oraz współrzędne środka ciężkości $x_c$ i $y_c$ figury przedstawionej na rysunku 7. Program ma także wykreślać przekrój poprzeczny figury wraz z położeniem środka ciężkości. Sprawdzić poprawność wykonanego programu dla $a$ = 10 mm.




**Rys. 7.** Przekrój poprzeczny rozpatrywanej figury.

### *Zadanie 3*

Wykonać program w języku Matlab wyznaczający charakterystyki geometryczne dwuteownika (rysunek 8). Program ma ponadto wykreślać przekrój poprzeczny analizowanej figury wraz z oznaczeniem położenia środka ciężkości. Wzory pomocnicze do wykonania zadania znajdują się pod rysunkiem.




**Rys. 8.** Przekrój poprzeczny rozpatrywanego dwuteownika.

Osiowe momenty bezwładności figur składowych (względem osi $x$):

$$I_{x1} = I_{x3} = \frac{b \cdot g^3}{12} + S_1 \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{g}{2}\right)^2$$

$$I_{x2} = \frac{g \cdot (h - 2g)^3}{12}$$

Osiowe momenty bezwładności figur składowych (względem osi *y*):

$$I_{y1} = I_{y3} = \frac{g \cdot b^3}{12}$$

$$I_{y2} = \frac{(h - 2g) \cdot g^3}{12}$$

## 4. Sprawdzenie poprawności rozwiązania zadań.

Rozwiązane zadania do proszę zamieścić na platformie **Teams** w postaci screenów **M-PLIKÓW Z OPRACOWANYMI SKRYPTAMI.**

**Każde z zadań umieszczamy w oddzielnym pliku** o nazwie: *Nazwisko_zad1.m, Nazwisko_zad2.m,* itd. Skrypty zapisujemy jako standardowe piliki pakietu (*.m).

Przesłane zadania zostaną sprawdzone, a każdy ze studentów otrzyma stosowny komentarz do przesłanych zadań.